

TRABAJO PRACTICO N° 4
(Primera Parte)

ÁRBOLES DE REFUTACIÓN

1. Usando árboles de refutación determine cuáles de las siguientes fórmulas son lógicamente válidas.

(a) $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow \forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$

(b) $\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x) \rightarrow \forall x(P(x) \wedge Q(x))$

(c) $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$

(d) $\forall xP(x) \vee \forall xQ(x) \rightarrow \forall x(P(x) \vee Q(x))$

2. Teniendo en cuenta los resultados del ejercicio anterior, determine si las siguientes equivalencias entre fórmulas son válidas o no justificando en cada caso.

(a) $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \equiv \forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$

(b) $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \equiv \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$

3. Usando árboles de refutación determine cuáles de las siguientes fórmulas son lógicamente válidas. En todos los casos a y b son constantes

(a) $\exists x((P(x) \rightarrow P(a)) \wedge (P(x) \rightarrow P(b)))$

(b) $\forall z(Q(z) \rightarrow P(z)) \rightarrow \exists x((Q(x) \rightarrow P(a)) \wedge (Q(x) \rightarrow P(b)))$

(c) $\exists x\exists y(P(f(x)) \wedge Q(f(b))) \rightarrow (P(f(a)) \wedge P(y) \wedge Q(y))$

(d) $\exists x\forall yP(x, y) \rightarrow \forall y\exists xP(x, y)$

(e) $\forall x(P(x) \wedge (Q(a) \vee Q(b))) \rightarrow \exists x(P(x) \wedge Q(x))$

4. Usando árboles de refutación determine si los siguientes razonamientos son válidos

(a) $\forall xA(x), \forall x(A(x) \rightarrow B(x) \wedge C(x)), \exists xB(x) \vDash \exists xC(x)$

(b) $\forall x\forall y(A(x) \wedge B(a, y) \rightarrow C(x, y)), \forall x(A(x) \rightarrow B(a, x)), A(b), B(a, c) \vDash \exists yC(b, y)$
siendo a, b, c constantes